

УДК 37.091.12.011.3-051:37

DOI: [https://doi.org/10.63437/3083-6425-2025-2\(35\)-13](https://doi.org/10.63437/3083-6425-2025-2(35)-13)**Кудінов Микола,**кандидат педагогічних наук, доцент,
м. Запоріжжя, Україна <https://orcid.org/0009-0005-5929-1951>**Мацюк Василь,**кандидат педагогічних наук, старший викладач,
м. Запоріжжя, Україна <https://orcid.org/0000-0003-0957-963X>**Панова Світлана,**кандидатка педагогічних наук, доцентка,
м. Запоріжжя, Україна <https://orcid.org/0000-0002-7734-8182>

STEM-ІНТЕГРАЦІЯ ТЕОРЕМИ ПІФАГОРА ТА ЇЇ УЗАГАЛЬНЕНЬ НА ОСНОВІ ПРОГРАМУВАННЯ В R ТА PYTHON

Анотація.

Статтю присвячено дослідженню інтеграції теореми Піфагора та її узагальнень у STEM-освіту через використання сучасних технологій програмування. Проаналізовано сучасні тенденції впровадження інноваційних методів викладання математики, зокрема застосування гейміфікації, інформаційно-комунікаційних технологій і мобільних додатків. Розроблено методичне підґрунтя для створення серії мініпроектів, що поєднують історико-математичний контекст із програмними засобами R і Python.

Ключові слова: STEM-освіта; теорема Піфагора; інноваційні методи навчання.

В умовах модернізації системи освіти України та впровадження нових стандартів навчання в заклади освіти, значну увагу привертають інноваційні підходи до викладання, спрямовані на формування міждисциплінарних компетентностей. У цьому контексті STEM-освіта, що інтегрує науку, технології, інженерію та математику, виступає ключовою парадигмою для розвитку критичного мислення та навичок розв'язання проблем. Однак недостатня увага приділяється інтеграції таких класичних математичних концепцій, як теорема Піфагора, у навчальний процес із використанням сучасних технологій, зокрема програмування та інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ). З огляду на наведене, упровадження таких інструментів, як гейміфікація, а також навчального програмного забезпечення та мобільних додатків дало б змогу підвищити інтерактивність і доступність навчання, сприяючи розвитку просторових і математичних здібностей.

З огляду на вищезазначене, актуальним і водночас недостатньо розробленим залишається питання STEM-застосувань стосовно формування концептуальних математичних понять, зокрема піфагорівських співвідношень у прямокутному трикутнику. Таким чином, метою цієї статті є дослідження інтеграції теореми Піфагора та її узагальнень у STEM-освіту через використання програмування в R і Python.

Інтеграція теореми Піфагора в STEM-освіту досліджується через різноманітні інноваційні інструменти та методики викладання. Варто зауважити, що STEM-освіта інтегрує науку, технології, інженерію та математику в цілісну парадигму навчання, що ґрунтується на реальних застосуваннях. Такий міждисциплінарний підхід сприяє розвитку критичного мислення та

навичок розв'язання проблем [6]. Окрім того, STEM-освіта значно покращує просторові здібності, що є важливим для розуміння геометричних концепцій, серед яких теорема Піфагора. Це особливо корисно для учнів із середнім або нижчим рівнем попередніх математичних знань [5].

Використання гейміфікації як дидактичного інструменту значно покращує викладання теореми Піфагора. Дослідження, проведене серед учнів 8 класу, показало, що гейміфікація надає навчанню інтерактивного характеру і сприяє підвищенню академічної успішності завдяки інтеграції ІКТ [3]. Окрім того, розроблення освітніх ігор, присвячених теоремі Піфагора, виявилось доцільним та ефективним для підвищення розуміння та залученості учнів [9].

Використання програмного забезпечення GeoGebra у викладанні теореми Піфагора сприяє розвитку креативного мислення. У цьому контексті авторський підхід підтримує дослідження, експериментування та рефлексію в межах STEM-освіти [7]. Розроблення навчальних медіа на основі додатків для Android також позитивно впливає на математичні навички розв'язання задач у школярів. Мобільність цих додатків дає змогу учням повторювати матеріал незалежно від місця та часу, що сприяє кращому розумінню теореми Піфагора [10].

Включення історичного генезису теореми Піфагора, зокрема внеску азійських математиків, робить навчання більш цікавим і культурно різноманітним. Цей підхід відповідає сучасним навчальним програмам, які наголошують на активності учнів та відповідних моделях навчання [4; 12]. Водночас учні з труднощами в навчанні можуть стикатися з особливими викликами в розумінні теореми Піфагора, серед яких дефіцит процедурної та семантичної пам'яті. Для подолання цих проблем необхідні спеціально адаптовані втручання та стратегії викладання [2; 8]. Ефективна STEM-освіта вимагає добре підготовлених викладачів, які можуть інтегрувати математичні докази та міркування у викладання. Різниця в упевненості вчителів та їхніх схемах міркування підкреслює потребу в цільовій професійній підготовці [11].

Для досягнення поставленої мети дослідження використано комплекс методів, які забезпечують всебічний аналіз інтеграції теореми Піфагора в STEM-освіту. Головним методом став аналіз наукової літератури, що дав змогу визначити сучасні тенденції у викладанні математики, зокрема застосування гейміфікації, ІКТ, програмного забезпечення GeoGebra та мобільних додатків [3; 7; 9; 10]. Цей аналіз охопив як теоретичні праці, так і емпіричні дослідження, що стосуються міждисциплінарного підходу STEM-освіти та її впливу на розвиток просторових і математичних здібностей учнів [5; 6]. На основі отриманих даних було розроблено методичну основу для створення серії мініпроектів, які поєднують історико-математичний контекст із такими сучасними програмними засобами, як R і Python. Додатково використано методи моделювання та візуалізації, які дали змогу реалізувати інтерактивні інструменти для дослідження теореми Піфагора та її узагальнень.

У сучасній дидактиці математики важливого значення набуває інтеграція історико-наукового матеріалу з інноваційними методами навчання, зокрема зі STEM-технологіями. Розробка заняття, присвяченого теоремі Піфагора та її численним інтерпретаціям, може бути розглянута як приклад поєднання класичних математичних ідей з інструментами обчислювальної візуалізації та моделювання. Методологічне підґрунтя такої діяльності полягає в побудові «містка» між історією математики та сучасними інформаційними технологіями, що дає змогу одночасно розвивати математичне, алгоритмічне та дослідницьке мислення студентів.

Особливість пропонованої методики полягає в тому, що акцент робиться не стільки на опануванні синтаксису програмування, скільки на використанні програмного середовища як інструмента для дослідження математичних закономірностей. Це відповідає сучасному розумінню STEM-освіти, що орієнтується на інтегроване застосування природничо-наукових знань, технологій, інженерних і математичних методів для розв'язання комплексних завдань. Заняття в такій парадигмі постає і як історико-математична реконструкція, і як лабораторний експеримент із візуалізацією, симуляцією та аналізом даних.

Методологічно важливим є й те, що подібна розробка реалізує принцип дослідницького навчання: студенти не отримують готові факти, а самостійно генерують, моделюють і верифікують

математичні об'єкти, співвідносячи їх із відомими історичними джерелами. З огляду на це, відбувається поєднання репродуктивного, творчого та дослідницького рівнів навчальної діяльності.

У межах методичної розробки [1] нами пропонується низка мініпроектів, кожен з яких відображає певний аспект пізнання теореми Піфагора та її узагальнень. Ці проекти можуть бути реалізовані в середовищі програмування (наприклад, R або Python). Вони спрямовані на розвиток критичного мислення, цифрової грамотності та міждисциплінарного підходу в рамках STEM-освіти, а саме:

- **Генерація та візуалізація піфагорових трійок.**

Використання формул Евкліда для побудови примітивних піфагорових трійок (a, b, c , де $a^2 + b^2 = c^2$) дає змогу створювати цілі таблиці та аналізувати їхні властивості. Формули Евкліда задаються як:

$$a = m^2 - n^2,$$

$$b = 2mn,$$

$$c = m^2 + n^2,$$

де $m > n > 0$, m і n взаємно прості, і не обидва непарні. Результати можна зіставити з такими історичними прикладами, як таблиця Плімптон 322, для візуалізації ми рекомендуємо включити таблицю перших 50 трійок. Педагогічна цінність цього проекту полягає в демонстрації зв'язку античної математики з алгоритмічним програмуванням, розвиваючи навички аналізу даних і розуміння систематичності піфагорових трійок.

- **Симуляція дерева Піфагора.**

Побудова фрактального дерева Піфагора здійснюється шляхом ітеративного додавання квадратів на катетах прямокутного трикутника, починаючи з одиничного квадрата, під кутом (наприклад, 45°). На кожному кроці додається два квадрати зі сторонами, зменшеними в $\sqrt{2}$ разів. Площа дерева обмежена (наприклад, 24 для одиничного квадрата через перекриття). Для візуалізації ми рекомендуємо серію зображень (1, 5, 10, 15 ітерацій) і графік збіжності площі, що показує, як вона наближається до межі. Педагогічна цінність цього проекту полягає в ілюстрації зв'язку геометрії з фрактальною математикою, що сприяє розвитку інтуїтивного розуміння геометричних послідовностей та інженерні принципи симуляції.

- **Аналіз «Днів теореми Піфагора».**

Визначення дат ХХІ століття, для яких день² + місяць² = (рік mod 100)², дає змогу створити календар. Аналітичний підхід допомагає обчислити $d = \sqrt{(y^2 - m^2)}$ і перевірити, чи d є цілим і валідним днем. Для візуалізації ми рекомендуємо таблицю дат і календарну візуалізацію з позначеними датами. Педагогічна цінність цього проекту полягає в поєднанні математики з календарними структурами, що розвиває навички оброблення даних.

- **Аналіз спіралі Феодора.**

Спіраль Феодора будується з послідовності прямокутних трикутників, починаючи з трикутника з катетами 1 і 1 (гіпотенуза $\sqrt{2}$) та послідовним додаванням кожного трикутника з катетами $\sqrt{n}$ і 1 (гіпотенуза $\sqrt{(n+1)}$). Аналізуються координати вершин і кути між гіпотенузами для підтвердження теореми Тойфеля про невідповідність. Для візуалізації ми рекомендуємо навести графік спіралі для перших 17–20 кроків і таблицю координат вершин. Педагогічна цінність цього проекту полягає в підкресленні геометричної краси та розвитку навичок координатної геометрії через програмування.

- **Гармонія сфер і звукові симуляції.**

Обчислення частот піфагорових музичних інтервалів (октава 2:1, квінта 3:2, кварта 4:3) дає змогу створити числові послідовності, які моделюють хвильові форми або спектри. Наприклад, для ноти ля (440 Гц) октава матиме частоту 880 Гц. Для візуалізації ми рекомендуємо графіки синусоїд для інтервалів і таблицю частот, що відображають пропорції. Педагогічна цінність цього проекту полягає в поєднанні математики, музики та фізики, що надає дослідженню міждисциплінарного виміру.

- **Інтерактивні анімації доведень.**

Створення послідовності графічних кадрів для демонстрації доведень теореми Піфагора (наприклад, через рівнодоповнюваність, Евкліда або Да Вінчі) дає змогу показати рух трикутників

і квадратів для ілюстрації рівності площ. Для візуалізації ми рекомендуємо серію зображень для створення GIF або інтерактивної анімації. Педагогічна цінність цього проєкту полягає в полегшенні розуміння геометричної логіки.

- **Узагальнення у вищих розмірностях.**

Теорема де Гуа узагальнює теорему Піфагора для тривимірного простору: для тетраедра з трьома прямими кутами в одній вершині квадрат площі протилежної грані (по суті основи тетраедра) дорівнює сумі квадратів площ інших граней:

$$S^2_{ABC} = S^2_{ABD} + S^2_{BDC} + S^2_{ADC}.$$

У межах проєкту можна згенерувати ортогональні вектори та обчислити площі. Для візуалізації ми рекомендуємо 3D-графік тетраедра та таблицю порівняння площ для розмірностей $n = 2, 3, 4$. Педагогічна цінність цього проєкту полягає в демонстрації переходу від 2D до вищих розмірностей, поєднуючи математику з інженерією.

- **Емпірична верифікація теореми методом Монте-Карло.**

Метод Монте-Карло дає змогу емпірично перевірити теорему Піфагора шляхом генерації випадкових точок у квадраті, визначення прямокутних трикутників і перевірки співвідношення $a^2 + b^2 \approx c^2$ з урахуванням похибок. Для візуалізації ми рекомендуємо представити результати у вигляді гістограми розподілу похибок $(a^2 + b^2 - c^2)$ для 10^6 ітерацій і графіка збіжності оцінки до нуля. Педагогічна цінність цього проєкту полягає в поєднанні геометрії з теорією ймовірностей і чисельним аналізом, розвиваючи розуміння статистичних методів у STEM.

Кожен із вищезазначених проєктів сприяє генезису компетентностей XXI століття: розвитку критичного мислення, цифрової грамотності та креативності. Реалізація в R або Python (з бібліотеками Matplotlib, NumPy) дає змогу експериментувати з параметрами, створюючи інтерактивні ілюстрації. Ці проєкти роблять теорему Піфагора динамічною, поєднуючи історичний контекст із сучасними технологіями, що відповідає принципам STEM-освіти.

Розберемо детальніше аналітичний алгоритм для створення календаря днів теореми Піфагора та його інтеграцію в навчальний процес.

День теореми Піфагора визначається умовою, коли для дати $d.m.yy$ (де $yy = \text{рік} \bmod 100$, тобто двозначне представлення року чи залишок від ділення повного року на 100) виконується рівність:

$$d^2 + m^2 = y^2,$$

де d – день (ціле число від 1 до кількості днів у місяці), m – місяць (від 1 до 12), y – двозначне значення року (yy).

Аналітичний підхід дає змогу уникнути повного перебору всіх можливих днів, фокусуючись на обчисленні можливих d з рівняння Піфагора. Формула перетворюється на

$$d^2 = y^2 - m^2.$$

Для фіксованих y і m обчислюємо різницю квадратів $\text{diff} = y^2 - m^2$ і перевіряємо, чи є вона додатним повним квадратом, тобто чи існує ціле $d > 0$, для якого $\sqrt{y^2 - m^2}$ є цілим числом. Якщо так, перевіряємо, чи d входить у діапазон днів для місяця m .

Кроки алгоритму:

1. Вхідні дані

Діапазон років: y від 1 до 26 (двозначні значення, наприклад, 01 для 2001).

Місяці: m від 1 до 12.

Кількість днів у місяцях: масив для невисокосних років: [31, 28, 31, 30, 31, 30, 31, 31, 30, 31, 30, 31].

2. Основний цикл

Для кожного y від 1 до 26: – Для кожного m від 1 до 12:

Обчислити $\text{diff} = y^2 - m^2$. Якщо $\text{diff} \leq 0$, пропустити (немає реального d). Якщо $\text{diff} > 0$, то обчислити $\text{sqrt_diff} = \sqrt{\text{diff}}$.

Перевірити, чи sqrt_diff є цілим ($\text{sqrt_diff} == \lfloor \text{sqrt_diff} \rfloor$). Якщо так, то встановити $d = \lfloor \text{sqrt_diff} \rfloor$.

Перевірити, чи $1 \leq d \leq$ днів у місяці m . Якщо умови виконані, то додати дату $d.m.y$ (у форматі $dd.mm.yy$).

3. Аналітичні спостереження

Для $y = 1: y^2 = 1, m = 1: diff = 1 - 1 = 0$ ($d = 0$, невалідно); $m > 1: diff < 0$. Отже, немає дат.

Для $y = 2: y^2 = 4, m = 1: diff = 4 - 1 = 3$ ($\sqrt{3} \approx 1,73$, не ціле); $m = 2: diff = 0$; $m > 2: diff < 0$. Немає дат.

Для $m \geq y: diff \leq 0$, тому перевірка обмежується $m < y$.

Ефективність: лише $26 \times 12 = 312$ перевірок, без перебору всіх днів.

4. Переваги

Ефективність: обчислення d напругу, без перевірки всіх можливих днів.

Точність: уникнення невалідних дат (наприклад, 30 лютого).

Освітня цінність: демонструє застосування теореми Піфагора для зворотних обчислень.

Як видно з *табл. 1*, на основі алгоритму отримано наступні дати для років 01–26 (формат $dd.mm.yy$). Нижче на *рис. 1* наведено його блок-схему.

Таблиця 1

Дні теореми Піфагора для років 01–26

Дата	Рівняння	Перевірка
04.03.05	$42 + 32 = 16 + 9 = 25$	$25 = 52$
03.04.05	$32 + 42 = 9 + 16 = 25$	$25 = 52$
08.06.10	$82 + 62 = 64 + 36 = 100$	$100 = 102$
06.08.10	$62 + 82 = 36 + 64 = 100$	$100 = 102$
12.05.13	$122 + 52 = 144 + 25 = 169$	$169 = 132$
05.12.13	$52 + 122 = 25 + 144 = 169$	$169 = 132$
12.09.15	$122 + 92 = 144 + 81 = 225$	$225 = 152$
09.12.15	$92 + 122 = 81 + 144 = 225$	$225 = 152$
15.08.17	$152 + 82 = 225 + 64 = 289$	$289 = 172$
16.12.20	$162 + 122 = 256 + 144 = 400$	$400 = 202$
24.07.25	$242 + 72 = 576 + 49 = 625$	$625 = 252$
24.10.26	$242 + 102 = 576 + 100 = 676$	$676 = 262$

Треба зауважити, що:

– для років 01–04, 06–09, 11–12, 14, 16, 18–19, 21–24 немає валідних дат, оскільки $y^2 - m^2$ не є повним квадратом або d виходить за межі днів місяця;

– існують дзеркальні дати, які з'являються двічі на рік через симетрію рівняння $d^2 + m^2 = y^2$. Наприклад, для $y = 5$: дати 04.03.05 ($4^2 + 3^2 = 25 = 5^2$) та 03.04.05 ($3^2 + 4^2 = 25 = 5^2$) є валідними, оскільки d і m міняються місцями, залишаючись у межах допустимих днів місяця;

– існують також одинарні дати як, наприклад, для $y = 17$, єдина дата – 15.08.17 ($15^2 + 8^2 = 289 = 17^2$), бо комбінація 8.15.17 невалідна через неіснування 15-го місяця;

– для врахування високосних років ($\text{рік} \bmod 4 = 0$), можна змінювати кількість днів для лютого ($m = 2$) на 29, але можна використовувати і 28 днів для простоти, бо це не вплине на шукані корені (дати);

– роки більше 26 не розглядаються, оскільки для більших y , коли різниця $y^2 - m^2$ є повним квадратом, а $d = \sqrt{y^2 - m^2}$ є цілим, то d перевищує 31, що не відповідає валідним дням місяця.

Цей алгоритм демонструє застосування теореми Піфагора в обчислювальній задачі, що сприяє розвитку аналітичного мислення та цифрової грамотності. Він може бути реалізований у Python або R для створення календаря, що підкреслить зв'язок між математикою та програмуванням у STEM-освіті.

Проведене дослідження демонструє, що інтеграція теореми Піфагора та її узагальнень у STEM-освіту через використання програмування на R і Python, інтерактивних навчальних

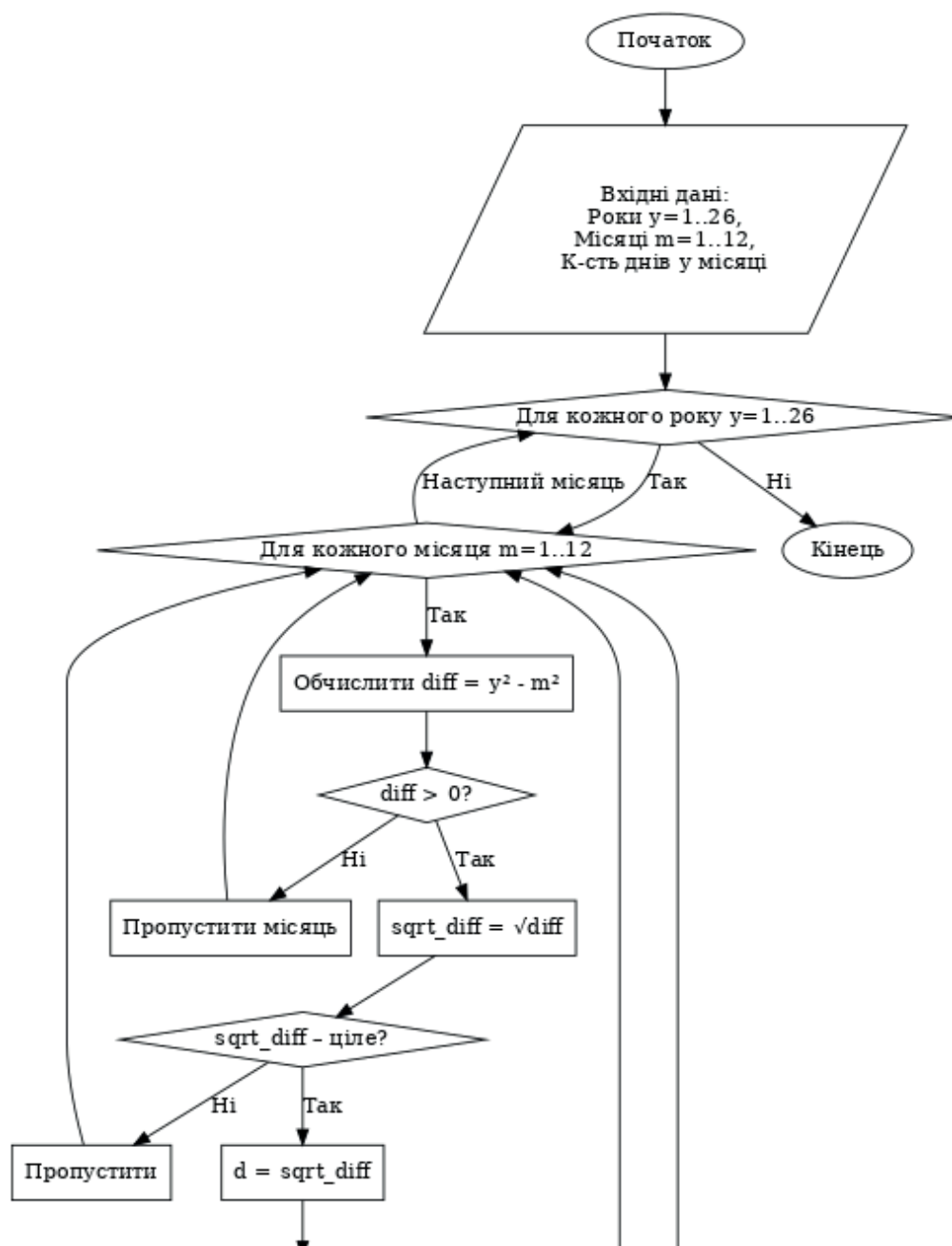


Рис. 1. Блок-схема алгоритму пошуку піфагорових дат

проектів та історико-математичного контексту може підвищити ефективність навчання. Запропоновані мініпроекти, зокрема генерація піфагорових трійок, симуляція дерева Піфагора та створення календаря піфагорових дат, сприяють розвитку критичного мислення, цифрової грамотності та міждисциплінарних компетентностей. Водночас успішна реалізація таких підходів вимагає підготовки вчителів, які здатних інтегрувати сучасні технології та математичні концепції у викладання.

Розроблена методична база створює підґрунтя для подальшого вдосконалення STEM-освіти, поєднуючи класичні математичні ідеї з інноваційними технологіями. У наступних наукових розвідках буде розглянуто експериментальне дослідження STEM-інтеграцій і статистичний аналіз отриманих результатів.

Використані літературні джерела

1. Кудінов М. Піфагор архітектор числового порядку: гармонія сфер і математика прямокутних трикутників. *Zenodo*. 2025. URL: <https://doi.org/10.5281/zenodo.17100433>.

2. Deshpande D. S., Riccomini P. J., Hughes E. M., Raulston T. J. Problem solving with the Pythagorean theorem: A think aloud analysis of secondary students with learning disabilities. *Learning Disabilities*. 2021. Vol. 19, No. 1. P. 23-47. URL: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=s2.0-85123622269>.
3. Escobar S. V., Tulcanaza V. A., Mediavilla L. J., Reyes F. G., Castro O. L., Benavides X. R. Gamification as a didactic tool in the teaching of the Pythagorean theorem. *Technology, Sustainability and Educational Innovation (TSIE)*. 2020. P. 189-200. DOI: 10.1007/978-3-030-37221-7_15.
4. Fachrudin A. D., et al. Ancient China history-based task to support students' geometrical reasoning and mathematical literacy in learning Pythagoras. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Vol. 1417. P. 012042. DOI: 10.1088/1742-6596/1417/1/012042.
5. He X., et al. The impact of STEM education on mathematical development in children aged 5-6 years. *International Journal of Educational Research*. 2021. Vol. 109. P. 101795. DOI: 10.1016/j.ijer.2021.101795.
6. Horvath A., Farkas G. Challenges in STEM teaching at engineering education. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*. 2025. P. 199-211. DOI: 10.1007/978-3-031-83583-4_14.
7. MD-Ali R., Mui Kim K. GeoGebra in learning of mathematics towards supporting STEM education. *The Journal of Social Sciences Research*. 2018. SPI6. P. 776-782. DOI: 10.32861/jssr.spi6.776.782.
8. Metikasari S., Mardiyana, Triyanto. Mathematics learning disabilities of the slow learner students on Pythagorean theorem. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Vol. 1321. P. 022120. DOI: 10.1088/1742-6596/1321/2/022120.
9. Nugraha H. C., Rusmin P. H. Educational game design on Pythagorean theorem for game-based learning using 6i's component. *2015 4th International Conference on Interactive Digital Media (ICIDM)*. Bandung. 2015. P. 1-5. DOI: 10.1109/IDM.2015.7516330.
10. Nurwita F., Kusumah Y. S., Juandi D. Developing learning media based on Android application for improving math problem-solving skill of junior high school students on Pythagorean theorem. *AIP Conference Proceedings*. 2023. Vol. 2734, No. 1. Article 090059. DOI: 10.1063/5.0163595.
11. Wasserman N. H., Rossi D. Mathematics and science teachers' use of and confidence in empirical reasoning: Implications for STEM teacher preparation. *School Science and Mathematics*. 2015. Vol. 115, No. 1. P. 22-34. DOI: 10.1111/ssm.12099.
12. Wijayanti P., Hidayanti A. N. Proving the Pythagorean theorem to junior high school students through the Asian method. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Vol. 1417. P. 012060. DOI: 10.1088/1742-6596/1417/1/012060.

References

1. Kudinov, M. (2025). Pifagor arkhitektorkh chyslovoho poriadku: harmoniia sfer i matematyka priamokutnykh trykutnykh [Pythagoras as the architect of numerical order: Harmony of the spheres and the mathematics of right triangles]. *Zenodo*. DOI: <https://doi.org/10.5281/zenodo.17100433>. [in Ukrainian].
2. Deshpande, D. S., Riccomini, P. J., Hughes, E. M., & Raulston, T. J. (2021). Problem solving with the Pythagorean theorem: A think aloud analysis of secondary students with learning disabilities. *Learning Disabilities*, 19(1), 23-47. Retrieved from: <https://www.scopus.com/inward/record.uri?eid=s2.0-85123622269>.
3. Escobar, S. V., Tulcanaza, V. A., Mediavilla, L. J., Reyes, F. G., Castro, O. L., & Benavides, X. R. (2020). Gamification as a didactic tool in the teaching of the Pythagorean theorem. *Technology, Sustainability and Educational Innovation (TSIE)*, 189-200. DOI: 10.1007/978-3-030-37221-7_15.
4. Fachrudin, A. D., et al. (2019). Ancient China history-based task to support students' geometrical reasoning and mathematical literacy in learning Pythagoras. *Journal of Physics: Conference Series*, 1417, 012042. DOI: 10.1088/1742-6596/1417/1/012042.
5. He, X., et al. (2021). The impact of STEM education on mathematical development in children aged 5–6 years. *International Journal of Educational Research*, 109, 101795. DOI: 10.1016/j.ijer.2021.101795.
6. Horvath, A., & Farkas, G. (2025). Challenges in STEM teaching at engineering education. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 199-211. DOI: 10.1007/978-3-031-83583-4_14.

7. MD-Ali, R., & Mui Kim, K. (2018). GeoGebra in learning of mathematics towards supporting STEM education. *The Journal of Social Sciences Research*, SPI6, 776-782. DOI: 10.32861/jssr.spi6.776.782.
8. Metikasari, S., Mardiyana, & Triyanto. (2019). Mathematics learning disabilities of the slow learner students on Pythagorean theorem. *Journal of Physics: Conference Series*, 1321, 022120. DOI: 10.1088/1742-6596/1321/2/022120.
9. Nugraha, H. C., & Rusmin, P. H. (2015). Educational game design on Pythagorean theorem for game-based learning using 6i's component. *2015 4th International Conference on Interactive Digital Media (ICIDM)*, Bandung, Indonesia, 1-5. DOI: 10.1109/IDM.2015.7516330.
10. Nurwita, F., Kusumah, Y. S., & Juandi, D. (2023). Developing learning media based on Android application for improving math problem-solving skill of junior high school students on Pythagorean theorem. *AIP Conference Proceedings*, 2734(1), Article 090059. DOI: 10.1063/5.0163595.
11. Wasserman, N. H., & Rossi, D. (2015). Mathematics and science teachers' use of and confidence in empirical reasoning: Implications for STEM teacher preparation. *School Science and Mathematics*, 115(1), 22-34. DOI: 10.1111/ssm.12099.
12. Wijayanti, P., & Hidayanti, A. N. (2019). Proving the Pythagorean theorem to junior high school students through the Asian method. *Journal of Physics: Conference Series*, 1417, 012060. DOI: 10.1088/1742-6596/1417/1/012060.

Kudinov Mykola,

Candidate of Pedagogical Sciences, Associated Professor,
Zaporizhzhia, Ukraine

Matsiuk Vasyl,

Candidate of Pedagogical Sciences, Senior Lecturer,
Zaporizhzhia, Ukraine

Panova Svitlana,

Candidate of Pedagogical Sciences, Associated Professor,
Zaporizhzhia, Ukraine

STEM-INTEGRATION OF THE PYTHAGOREAN THEOREM AND ITS GENERALIZATIONS THROUGH PROGRAMMING IN R AND PYTHON

Summary.

The article examines the integration of the Pythagorean theorem and its generalizations into STEM-education through the use of modern programming technologies. Current trends in the implementation of innovative methods of teaching mathematics are analyzed, with particular attention paid to the application of gamification, information and communication technologies, and mobile applications.

A methodological framework is developed for designing a series of mini-projects that combine historical and mathematical context with programming tools in R and Python. The article presents a detailed analytical algorithm for creating a calendar of Pythagorean theorem days, based on calculating Pythagorean triples for calendar dates in the d.m.yy format, where $d^2 + m^2 = y^2$. The algorithm efficiently identifies valid dates without exhaustive search by computing the difference of squares. As a result, twelve Pythagorean dates were identified for the period from 2001 to 2026.

The proposed mini-projects include generating Pythagorean triples, simulating the Pythagorean fractal tree, analyzing the Spiral of Theodorus, modeling the harmony of spheres, creating interactive proof animations, and exploring generalizations of the theorem in higher dimensions. The study demonstrates the effectiveness of an interdisciplinary approach for fostering students' critical thinking, digital literacy, and mathematical competencies within the framework of modern STEM-education.

Keywords: *STEM-education; Pythagorean theorem; Pythagorean triples; programming; algorithm; Pythagorean dates calendar; interdisciplinary approach; digital literacy; R; Python; mathematical visualization; innovative teaching methods.*

Прийнято 10 жовтня 2025 року. Затверджено 28 листопада 2025 року